

# 易懂的雷达信号处理

面向学生与工程师

## 第七章：测角

作者：唐承乾

版本：社区版 V1

官方仓库：<https://github.com/apple-art/easy-radar-tutorial>

权利声明：本资料为《易懂的雷达信号处理》社区版 V1，仅供个人学习、教学交流与非商业分享使用。作者保留全部著作权；未经授权，请勿擅自商用、删改署名或再版传播。

# 目录

<b>7.1 测角的必要性</b>	<b>1</b>
<b>7.2 天线波束</b>	<b>3</b>
<b>7.3 波束扫描测角</b>	<b>6</b>
7.3.1 机械扫描测角 . . . . .	6
7.3.2 电子扫描的基本思想 . . . . .	8
<b>7.4 波束宽度与角分辨力</b>	<b>9</b>
<b>7.5 测角误差的主要来源</b>	<b>13</b>
7.5.1 噪声引起的测角误差 . . . . .	13
7.5.2 多径效应引起的测角误差 . . . . .	13
7.5.3 角闪烁引起的测角误差 . . . . .	14
7.5.4 天线指向误差 . . . . .	15
7.5.5 主要误差来源比较 . . . . .	15
<b>7.6 单脉冲测角</b>	<b>16</b>
7.6.1 单脉冲测角原理 . . . . .	16
7.6.2 和差波束 . . . . .	16
<b>7.7 小练习</b>	<b>20</b>
7.7.1 练习 1: 波束宽度与目标角度范围 . . . . .	20
7.7.2 练习 2: 角分辨率判断 . . . . .	20
7.7.3 练习 3: 估算波束宽度 . . . . .	20
7.7.4 练习 4: 多路径效应识别 . . . . .	21
7.7.5 练习 5: 扫描测角与单脉冲测角 . . . . .	21
7.7.6 练习 6 (选做): 汽车防撞雷达的测角方案 . . . . .	21
7.7.7 练习 7 (可选): 波束扫描测角实验 . . . . .	22
7.7.8 练习 8 (可选): 单脉冲测角实验 . . . . .	22

前面几章我们已经解决了两件事：第 4 章告诉我们目标离多远，第 5 章告诉我们目标动得多快。到这里，雷达对目标的认识已经前进了一大步。但如果继续问下去，还会遇到一个很自然的问题：

它到底在什么方向？

如果一个目标距离你 20 km，速度 200 m/s，这当然已经是信息；但如果你还不知道它是在左前方、正前方，还是右上方，这些信息就还不完整。就像朋友发消息说“我快到了”，你还会继续问一句：“你到哪儿了？”雷达也是一样。它不只要知道“有个目标”，还要知道“这个目标在什么方向上”。这一章要补上的，正是这最后一块拼图：目标方向。

测距离时，我们抓的是时间延迟；测速时，我们抓的是频率变化；而测角更依赖天线本身的方向性。雷达之所以能判断方向，是因为它对不同方向的响应并不相同——这是后面波束扫描、角分辨力和单脉冲测角的共同基础。

这一章建议你这样分轻重：

**核心内容**（必须掌握）：7.1-7.2 讲为什么雷达必须知道目标方向、天线波束和波束宽度到底在说什么；7.3 讲波束扫描测角的基本思想，这是最基础、最容易建立直觉的测角方法；7.4 讲波束宽度、角分辨力和测角精度之间是什么关系，这一节决定你能不能真正看懂“测角性能”在受什么限制。

**提高内容**（先知道主旨即可）：7.5 讲测角误差的主要来源，第一遍重点知道误差不是只来自噪声，还会来自多径、角闪烁等现实因素；7.6 讲单脉冲测角，先把它看成“比波束扫描更先进的工程方法”，建立概念就够了，不必第一遍就追求实现细节。

**巩固内容**：7.7 小练习，用来检查你能不能把“波束扫描 - 分辨力 - 误差来源”这条主线连起来。

测角容易和测距混淆。但它们根本不同：测距是量时间差，测速是量频率差，测角是比较天线在不同方向的响应强弱。谁响谁就是目标方向。这个差别很重要——理解了这一点，后面的波束扫描、分辨力、单脉冲测角就能串成一条线。

这一章用到前面学过的东西：第 3 章的天线方向性，第 4 章的分辨力概念（这次用在角度上），第 5 章的参数测量思路。不是全新的内容，是这些思路在测角上的展开。

第一遍先把 7.1-7.4 读透，尤其要把“波束宽度为什么会限制测角能力”这件事想明白。这个问题一旦想通，后面很多内容就会顺得多。然后再去看 7.5 和 7.6，把它们当成对现实系统和更先进方法的补充。这样读下来，你会比较容易形成一个完整印象：基础扫描法告诉你雷达怎样大致判断方向，性能分析告诉你这种方法能做到多好，误差和单脉冲则说明工程系统为什么还要继续往前走。

## 7.1 测角的必要性

前面几章学会了两件事：第 4 章从回波里测出目标的距离，第 5 章测出目标的速度。听起来好像已经够用了——知道目标在多远的地方、以多快的速度运动，还需要什么？

想象在操场上。有人说“有个人 100 米外，以 5 米/秒向你跑来”。你会问什么？肯定是：从

哪个方向？是从正前方，还是从侧面，还是从身后？如果不知道方向，这个信息几乎没法用。

雷达面对的问题完全一样。一架防空雷达探测到目标在 50 公里外，速度 300 米/秒——但如果不知道目标在东边还是西边、在低空还是高空，这个信息就没法指挥拦截。气象雷达测到降雨回波，如果不知道降雨在哪个方向，天气预报就没法告诉你“东南方向有强降雨正在靠近”。

如果不测角会怎样？想象一个只能测距离和速度的防空雷达：它探测到三个目标，都在 50 公里外，速度都是 300 米/秒。但它不知道这三个目标分别在东、南、西三个方向。指挥员想派三架战斗机拦截，却不知道往哪个方向派——只能让三架飞机分头搜索，白白浪费时间和燃料。更糟的是，如果三个目标都从同一个方向来，另外两个方向的飞机就扑了空，真正的威胁却没人拦截。

再看气象雷达：如果只知道“100 公里外有强降雨”，却不知道是在东边还是西边，天气预报就只能说“附近有强降雨”，完全没法告诉你该不该带伞出门。

要在三维空间里描述一个目标的位置，最直观的方式就是告诉别人“往哪看”。你站在原地，需要两个动作：

1. 转身：面向哪个方向？这就是**方位角** (Azimuth)，通常用  $\theta$  表示。习惯上以正北为  $0^\circ$ ，顺时针旋转，正东是  $90^\circ$ ，正南是  $180^\circ$ ，正西是  $270^\circ$ 。
2. 抬头或低头：是平视、仰视还是俯视？这就是**俯仰角** (Elevation)，通常用  $\phi$  表示。水平方向是  $0^\circ$ ，向上抬头是正角度，向下低头是负角度。

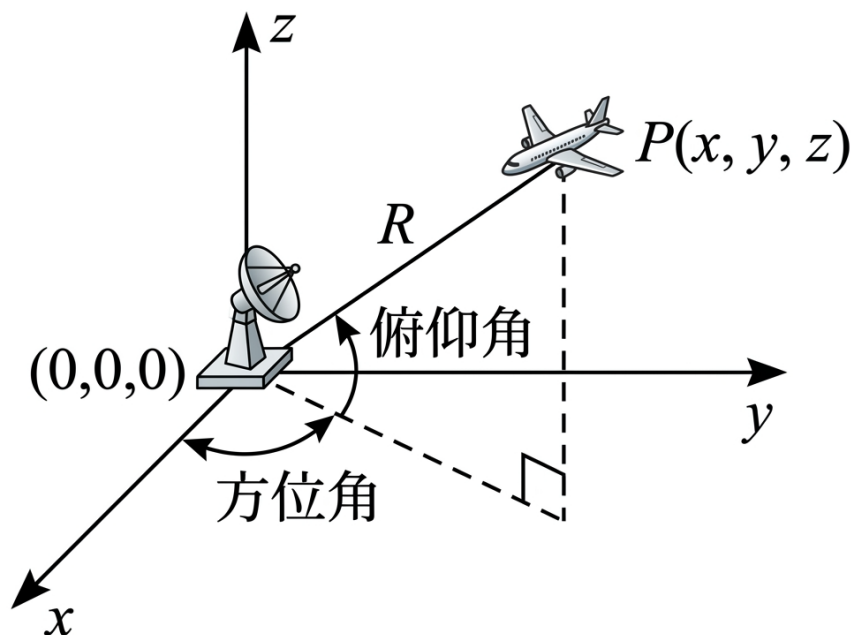


图 1: 雷达测角中的方位角与俯仰角示意

有了这两个角度，再加上距离  $R$ ，就能完整描述目标在三维空间中的位置。这套描述方式叫做**球坐标系**，在雷达里用得最多。

举个例子：

- 目标在正东方向、水平高度、距离 10 公里 → 方位角  $90^\circ$ ，俯仰角  $0^\circ$ ，距离 10 km
- 目标在东北方向、仰角  $30^\circ$ 、距离 20 公里 → 方位角  $45^\circ$ ，俯仰角  $30^\circ$ ，距离 20 km
- 目标在正上方、距离 5 公里 → 方位角无意义（任何方向都可以），俯仰角  $90^\circ$ ，距离 5 km

最后一个例子提醒我们：当目标在正上方或正下方时，方位角就失去意义了，因为所有方向都指向同一个点。这是球坐标系的一个小小的“奇点”。

实际系统如何处理这个边界？当俯仰角接近  $90^\circ$  时，雷达通常会切换到另一种表示方式，或者直接标记为“天顶目标”而不强行给出方位角。对于地面雷达来说，这种情况很少见（目标很少会飞到正上方），但对于舰载雷达或机载雷达，就需要专门设计算法来处理这个边界。

现在知道了“需要测什么”，下一个问题是：雷达怎么测角度？

回想第 3 章讲过的天线方向性：天线不是向所有方向均匀辐射能量，而是有个主要的辐射方向，也就是“波束”。这个波束就像手电筒的光柱，有个指向。如果我们能判断目标在波束的哪个位置，就能推断出目标的角度。

这个思路听起来简单，但实际做起来有很多细节。波束不是一条无限细的线，而是有宽度的；目标可能不在波束正中心；多个目标可能挤在一起分不开……这些问题，我们会在后面的几节里逐一解决。

那么天线波束到底是什么样子？为什么说它“有宽度”？

## 7.2 天线波束

很多人第一次接触雷达时，会把它想象成激光笔：按下按钮，射出一条笔直光线。这个想象很自然，但不准确。雷达天线波束更像手电筒的光柱——不是无限细的线，而是有宽度的锥形区域。

如果波束是一条线，测角就简单了：记录天线指向的方向即可。但波束有宽度，目标可能在波束覆盖的任何一个角度上，这给测角带来了根本性限制。

手电筒照向墙壁时，看到的光斑中心最亮，越往边缘越暗，但没有清晰的“有光”和“无光”边界。天线发射的电磁波也这样：能量分布不是开关式的“有或无”，而是连续变化的强度分布。

假设天线指向正前方，测量不同角度上的辐射功率并画成曲线，就得到**天线方向图**。

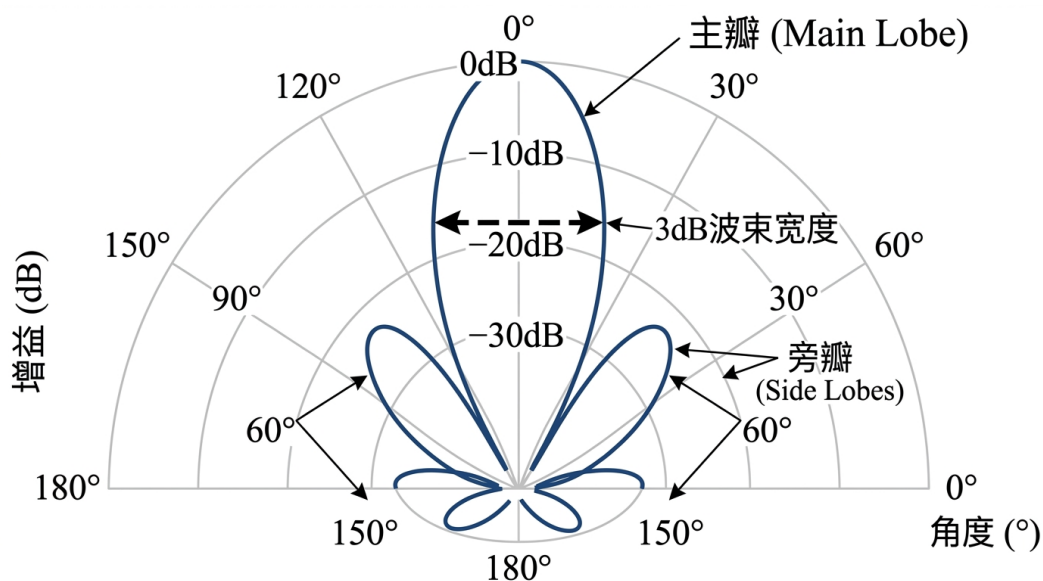


图 2: 天线方向图: 主瓣与旁瓣

这条曲线有几个关键特征:

1. **主瓣**: 中间最高的峰, 对应天线主要辐射方向, 绝大部分能量集中在这里。
2. **旁瓣**: 主瓣两侧的小峰。这是天线设计无法完全避免的”泄漏”, 能量远低于主瓣。
3. **波束宽度**: 主瓣有一定宽度。通常用”3dB 波束宽度”量化: 从峰值下降 3dB (功率降到一半) 对应的角度范围。

举个例子: 某雷达的 3dB 波束宽度是  $5^\circ$ , 意味着天线指向  $0^\circ$  时, 在  $-2.5^\circ$  到  $+2.5^\circ$  范围内, 辐射功率都在峰值的一半以上。超出这个范围, 功率迅速下降。

波束宽度受到基本物理规律的约束:

$$\theta_{3\text{dB}} \approx \frac{\lambda}{D}$$

其中  $\lambda$  是雷达工作波长,  $D$  是天线的尺寸 (对于圆形天线是直径, 对于矩形天线是对应方向的边长)。

更精确的公式是:

$$\theta_{3\text{dB}} = k \frac{\lambda}{D}$$

其中  $k$  是一个与天线类型有关的系数:

- 均匀照射的矩形天线:  $k \approx 0.88$
- 圆形抛物面天线:  $k \approx 1.02$
- 实际工程中常用:  $k \approx 1.0$  (简化计算)

天线越大波束越窄。直径 2 米天线的波束宽度约是直径 1 米天线的一半。频率越高 (波长越短) 波束越窄——10 GHz 雷达的波束比 3 GHz 雷达窄得多。

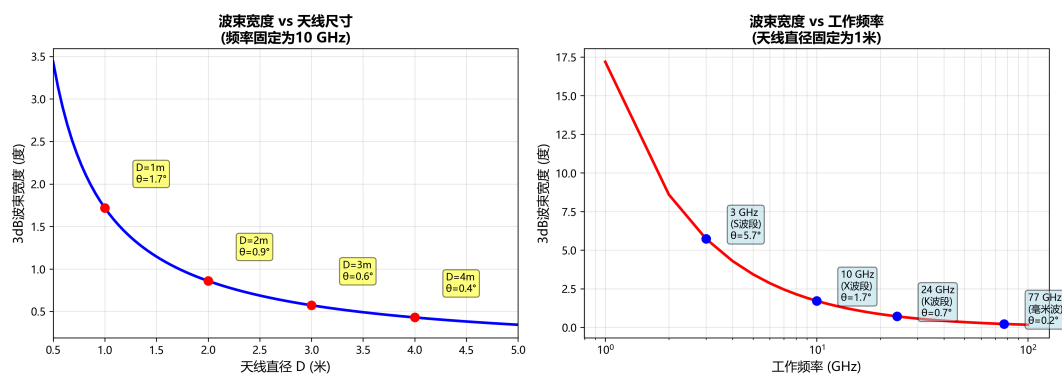


图 3: 波束宽度与天线尺寸的关系

来算几个实际例子:

例 1: 车载毫米波雷达

- 工作频率: 77 GHz, 波长  $\lambda = c/f = 3.9 \text{ mm}$
- 天线尺寸:  $D = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$
- 波束宽度:  $\theta \approx 3.9/100 \approx 0.039 \text{ 弧度} \approx 2.2^\circ$

例 2: 气象雷达

- 工作频率: 3 GHz, 波长  $\lambda = 10 \text{ cm}$
- 天线尺寸:  $D = 3 \text{ m} = 3000 \text{ mm}$
- 波束宽度:  $\theta \approx 100/3000 \approx 0.033 \text{ 弧度} \approx 1.9^\circ$

例 3: 舰载搜索雷达

- 工作频率: 1 GHz, 波长  $\lambda = 30 \text{ cm}$
- 天线尺寸:  $D = 5 \text{ m} = 5000 \text{ mm}$
- 波束宽度:  $\theta \approx 300/5000 = 0.06 \text{ 弧度} \approx 3.4^\circ$

要得到窄波束 (高角度分辨率), 要么提高频率, 要么增大天线。但频率不能无限提高 (大气衰减、器件成本), 天线也不能无限大 (重量、成本、安装空间), 所以实际系统在这些约束间权衡。

波束宽度变化会带来什么影响? 对比两个极端:

- 宽波束 ( $10^\circ$ ): 扫描快, 一次覆盖大范围, 但测角精度低。两个相距  $8^\circ$  的目标可能分不开。
- 窄波束 ( $1^\circ$ ): 测角精度高, 能分辨相距  $2^\circ$  的目标, 但扫描同样范围需要 10 倍时间。

搜索雷达用宽波束快速扫描, 发现目标后切换到窄波束精确跟踪。

公式有个隐含前提: 天线尺寸要远大于波长 ( $D \gg \lambda$ )。如果  $D < \lambda$ , 天线变成近似全向辐射, 几乎没有方向性, 公式失效。这就是为什么低频雷达必须用巨大天线。

旁瓣能量低, 却会带来麻烦。如果强目标恰好在旁瓣方向, 它的回波可能比主瓣方向的弱目标还强, 导致雷达“看到”虚假位置。多个强目标分布在不同旁瓣上时, 回波出现多个峰值, 测角算法无所适从。这是为什么天线设计要压低旁瓣电平 (通常要求旁瓣比主瓣低 20-30 dB)。

波束有宽度, 这对测角意味着什么?

假设天线指向  $0^\circ$ ，波束宽度  $5^\circ$ 。目标在  $0^\circ$  时处于波束中心，接收功率最强。在  $2^\circ$  时偏离中心，接收功率下降，回波变弱。在  $10^\circ$  时已在主瓣外，几乎收不到能量，回波微弱。

这给出了测角的基本思路：通过比较不同方向的回波强度，找到回波最强的方向，就是目标所在的方向。

但回波最强的方向只说明目标“大致在波束中心附近”。具体偏离多少，取决于回波强度下降的幅度。波束宽时，目标偏离  $2^\circ$  回波仍很强，难以察觉；波束窄时，偏离  $1^\circ$  就能看出回波变弱。

怎么通过扫描波束来测角？波束宽度又如何限制测角精度？我们后面的章节揭晓。

## 7.3 波束扫描测角

波束有宽度，目标在中心时回波最强。这就给了我们最直观的测角方法：让波束转一圈，记录每个方向的回波强度。回波最强的地方，目标就在那里。这就是扫描测角，简单、基础。

### 7.3.1 机械扫描测角

最直接的扫描方式，就是让天线物理转动。

想象一个机场的搜索雷达：一个大天线架在塔台顶上，匀速旋转，每转一圈扫描整个空域。天线每转到一个方向，就发射一个脉冲，然后接收回波。如果某个方向上收到了强回波，就记录下这个方向和对应的距离、速度信息。

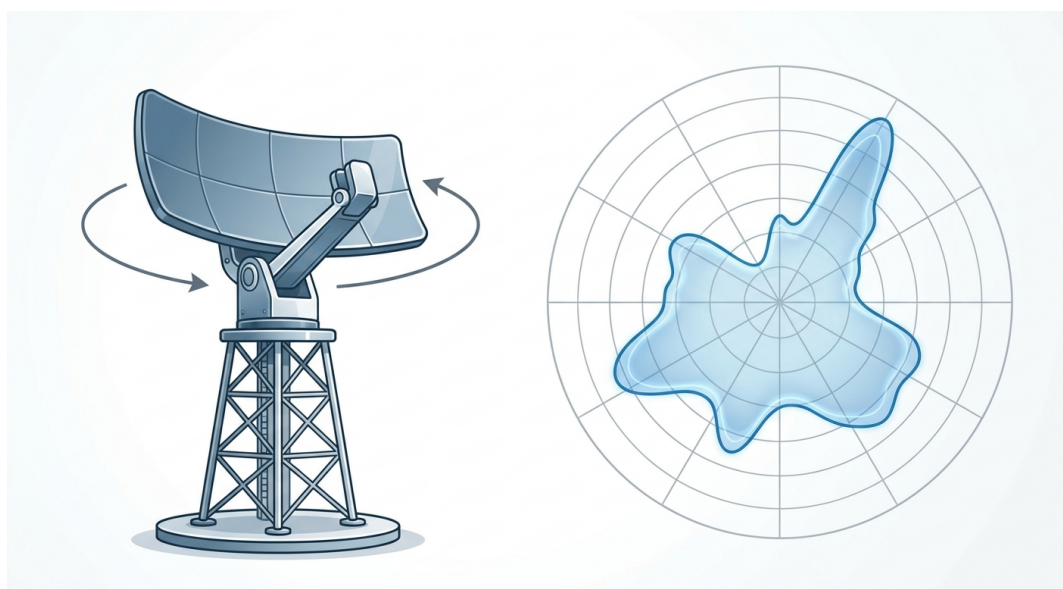


图 4: 机械扫描雷达与极坐标扫描示意

具体过程是这样的：

1. 天线指向方位角  $0^\circ$ ，发射脉冲，接收回波，记录回波强度
2. 天线转动到方位角  $1^\circ$ ，再次发射、接收、记录

3. 继续转动，每隔一定角度（比如  $1^\circ$ ）重复一次
4. 转完一圈后，把所有方向的回波强度画成曲线
5. 找到曲线的峰值位置，那就是目标的方位角

下图展示了雷达扫描一圈后得到的极坐标信号强度分布。在  $120^\circ$  和  $240^\circ$  方向有两个明显的峰值，说明这两个方向上有目标：

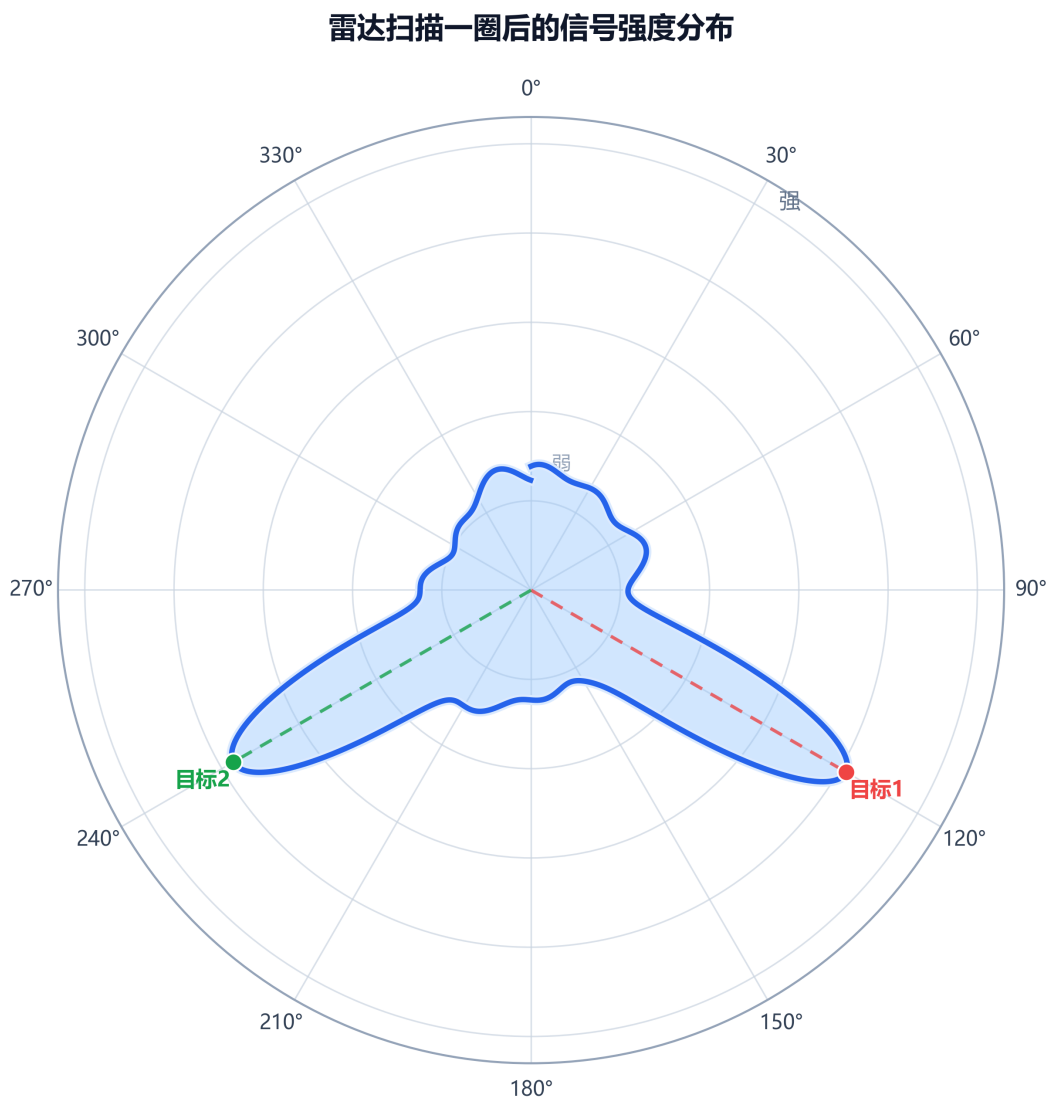


图 5: 雷达扫描后的极坐标信号强度分布

这个方法简单可靠，不需要复杂的电子设备。机场、港口、气象站的搜索雷达大多采用这种方式。代价是速度慢。天线是个大家伙，转动需要时间。一个典型的搜索雷达，天线转一圈可能需要 4-6 秒。如果目标在快速机动，等你扫描完一圈，目标可能已经跑到别的地方了。而且，扫描期间天线只有一小部分时间对准目标，大部分时间都在看别的方向，对单个目标的观测时间很短。

为什么不能转得更快？天线有重量、有惯性。转太快了天线扭不过来，可能还会变形。一个几百公斤的天线要在 1 秒转一圈，电机功率得大到不现实。所以机械扫描卡在每圈 4-6 秒，很

难更快。

扫描速度对目标跟踪的影响：对比两种情况：

- 4 秒扫描一圈：每 4 秒更新一次目标位置。如果目标以 300 米/秒飞行，4 秒内移动 1200 米。对于远距离目标（50 公里外）还能接受，但对于近距离快速目标就很危险。
- 1 秒扫描一圈（假设能做到）：每秒更新一次，目标只移动 300 米，跟踪精度提高 4 倍。但机械系统做不到。

这就是为什么需要电子扫描。

### 7.3.2 电子扫描的基本思想

有没有办法让波束”转动”得更快？答案是：不转动天线，而是用电子方式控制波束指向。这就是**相控阵雷达**的基本思想。

相控阵天线由很多个小天线单元组成（可能有几百个甚至上千个）。每个单元发射的信号相位可以独立控制。通过精心设计各个单元的相位差，可以让它们发射的电磁波在某个方向上同相叠加（增强），在其他方向上反相抵消（减弱），从而形成一个指向特定方向的波束。

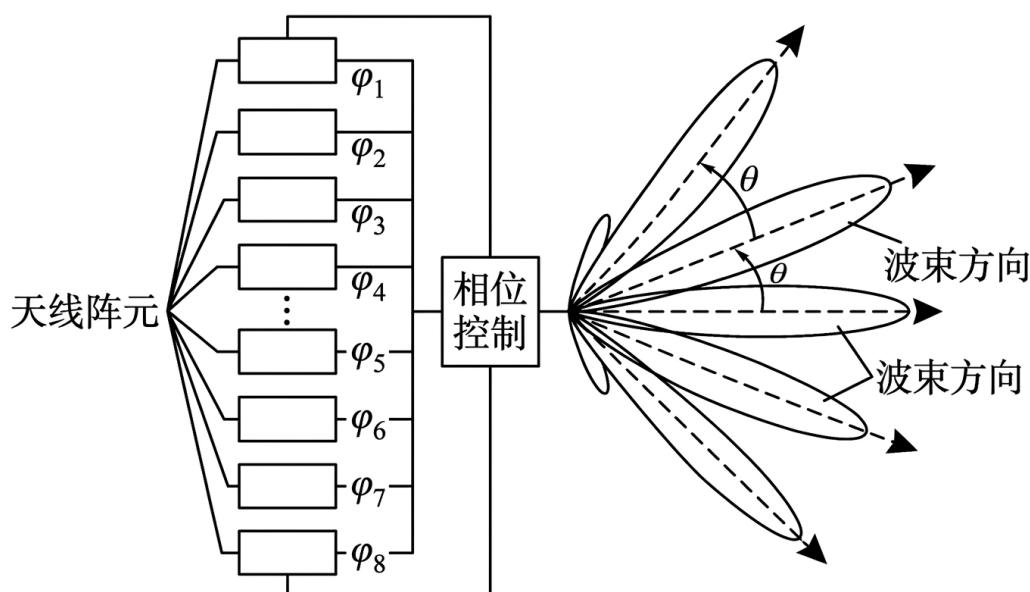


图 6: 相控阵天线的波束形成原理

关键在于：改变各单元的相位差，波束指向就会改变。这个过程完全是电子控制的，不需要机械转动，速度可以非常快——从一个方向切换到另一个方向，只需要几微秒到几毫秒。

相控阵雷达可以在极短时间内扫描整个空域，还可以灵活地把波束指向最需要关注的方向（比如正在接近的威胁目标），而不是机械地转一圈。现代战斗机雷达、防空导弹雷达、大型预警雷达，基本都采用相控阵技术。

相控阵的代价很明显：成本高、功耗大、设计复杂。一个相控阵天线可能包含上千个发射/接收单元，每个单元都需要独立的相位控制和信号处理，整个系统的造价可能是机械扫描雷达的几十倍。

相控阵也有速度限制。波束切换很快（微秒级），电子扫描却不是无限快。每个方向上都需要发射脉冲、等待回波返回、进行信号处理，这些都需要时间。而且，波束切换时需要重新计算和加载各单元的相位，这也需要几毫秒。所以电子扫描的数据率虽然比机械扫描高得多，但也不是想多快就多快。

各自的失效场景：

- 机械扫描：对于高速机动目标（如导弹、战斗机做大过载机动），4-6 秒的更新间隔太长，容易丢失目标。
- **相控阵**：当波束指向偏离天线法线方向太大（比如  $\pm 60^\circ$  以上）时，波束会畸变、增益下降、旁瓣升高，测角精度显著降低。而机械扫描在任何方向上性能都一致。

所以实际系统常常结合两者：用机械转台实现大范围方位扫描，用相控阵实现快速俯仰扫描和多目标跟踪。

不管是机械扫描还是电子扫描，核心思想都是一样的：通过比较不同方向的回波强度，找到峰值对应的方向。但如果两个目标靠得很近，波束能把它们分开吗？波束宽度对测角精度有什么影响？

## 7.4 波束宽度与角分辨力

距离测量中，两个目标靠得近就分不开。那用距离分辨率来量化能分开多近的两个目标。测角也一样的问题：两个目标角度近了，波束能分开它们吗？这就是**角分辨力**。

视力检查时看视力表。两条线离得远，能看出是两条。靠得近了，只看到一团模糊，分不清。眼睛有个分辨极限。

雷达的波束也有类似的分辨极限。假设两个目标在相同距离上，一个在  $20^\circ$  方向，另一个在  $23^\circ$  方向，角度相差  $3^\circ$ 。如果雷达的波束宽度是  $10^\circ$ ，那么当波束指向  $20^\circ$ - $23^\circ$  之间的任何方向时，两个目标都在波束覆盖范围内，回波会叠加在一起，雷达只能看到一个“强回波”，分不出是两个目标。

但如果波束宽度只有  $2^\circ$ ，情况就不同了。当波束指向  $20^\circ$  时，主要照射到第一个目标，回波强；转到  $21^\circ$  时，两个目标都在波束边缘，回波都不强；转到  $23^\circ$  时，主要照射到第二个目标，回波又变强。这样就能在回波强度曲线上看到两个峰，判断出有两个目标。

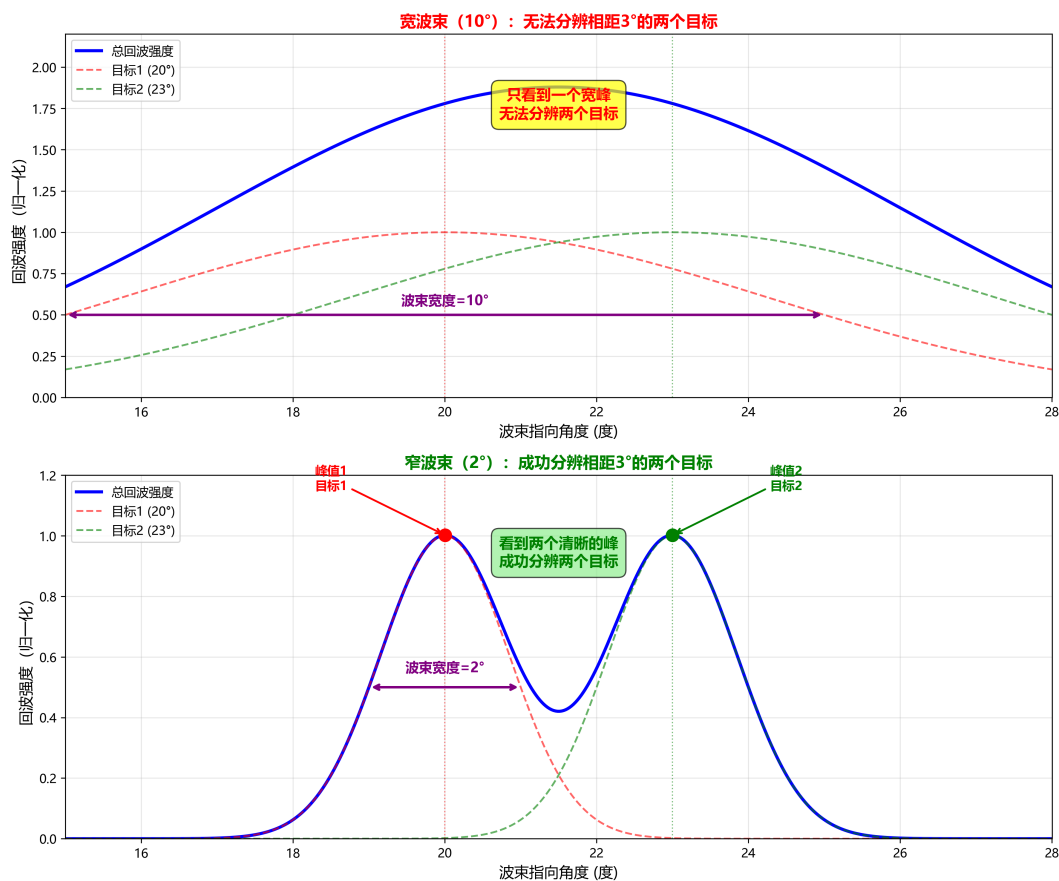


图 7: 角分辨力示意：宽波束与窄波束

这就引出了角分辨力的定义：

$$\theta_{\text{分辨}} \approx \theta_{3\text{dB}}$$

角分辨力大致等于波束宽度。两个目标的角度差如果小于波束宽度，就很难分辨；如果大于波束宽度，就能清楚地分开。

更精确地说，根据瑞利判据，当两个目标的角度差满足：

$$\Delta\theta \geq \theta_{3\text{dB}}$$

时，它们的回波峰值之间会出现明显的”谷”，可以被分辨。如果  $\Delta\theta < \theta_{3\text{dB}}$ ，两个峰会融合成一个宽峰，无法分辨。

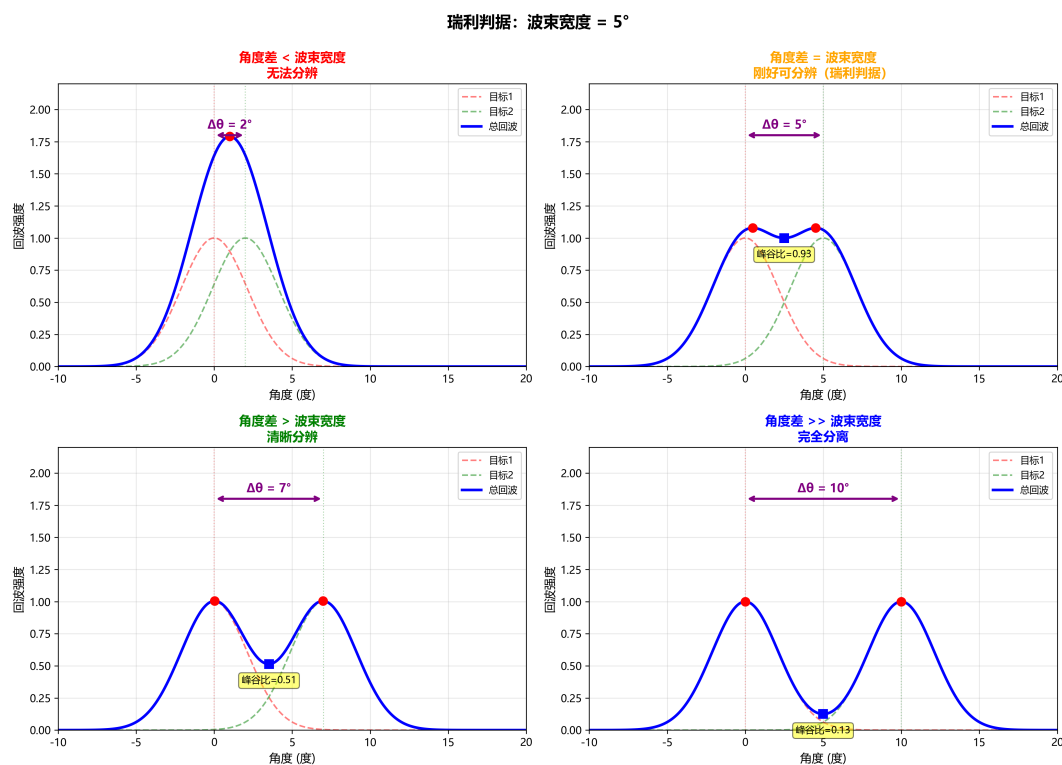


图 8: 瑞利判据示意图

这个结论和第 4 章的距离分辨率非常相似：距离分辨率由脉宽决定，角分辨率由波束宽度决定。背后的物理原因也类似：脉冲在时间上有宽度，波束在角度上有宽度，这个”宽度”就是分辨能力的根本限制。

这里需要特别注意一个容易混淆的概念：**角分辨率**和**测角精度**不是一回事。

- **角分辨率**：能否把两个目标分开。它主要由波束宽度决定，是个”几何限制”。
- **测角精度**：单个目标的角度能测多准。它不仅和波束宽度有关，还和信噪比、信号处理算法有关。

测角精度的理论极限由 Cramér-Rao 下界给出：

$$\sigma_{\theta} \geq \frac{\theta_{3dB}}{\sqrt{2SNR}}$$

其中  $\sigma_{\theta}$  是角度估计的标准差，SNR 是信噪比（功率比，不是 dB 值）。

举个例子：某雷达波束宽度 3°，信噪比 100（20 dB）。

- 角分辨率： $\theta_{分辨} \approx 3^{\circ}$
- 测角精度理论极限： $\sigma_{\theta} \geq 3^{\circ}/\sqrt{200} \approx 0.21^{\circ}$

实际系统的测角精度通常是理论极限的 2-3 倍，所以这个雷达的测角精度大约是 0.5° 左右。

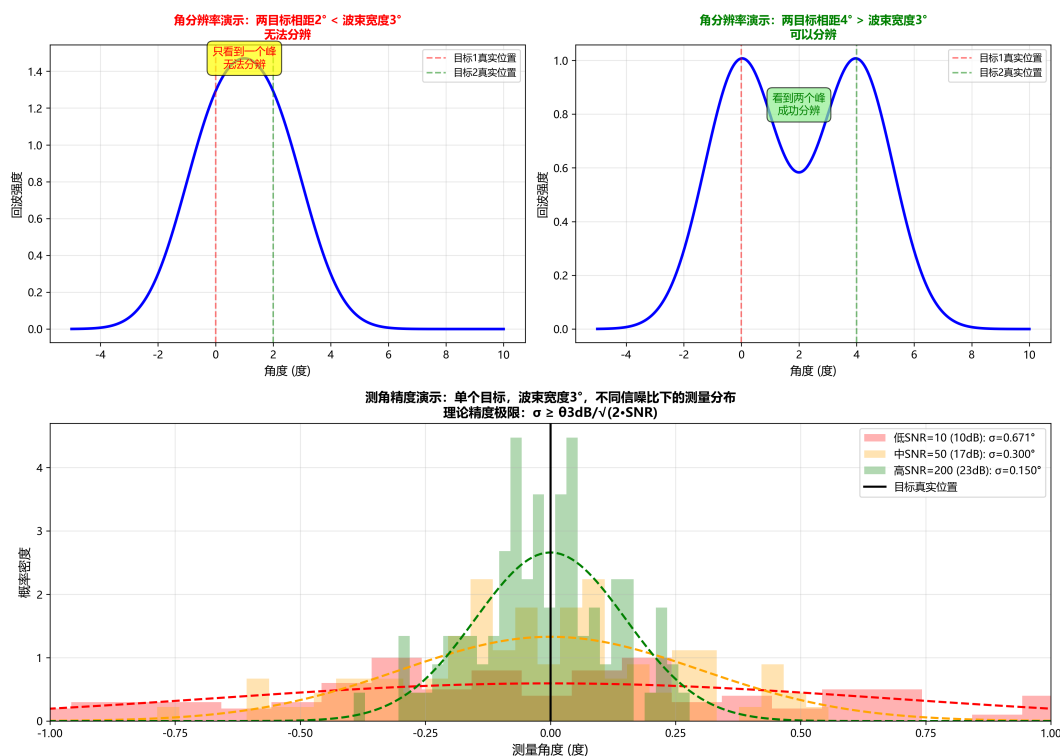


图 9: 角分辨率与测角精度的对比

类比一下：你的眼睛分辨率可能是 1 毫米（两条线相距 1 毫米以下就看不清），但如果只有一条线，你可能判断它的位置精确到 0.1 毫米（通过仔细观察它相对于周围参照物的位置）。

用表格对比一下：

概念	定义	主要影响因素	典型值
角分辨率	能分辨的最小角度差	波束宽度	1°-10°
测角精度	单个目标角度测量误差	波束宽度、信噪比、算法	0.1°-1°

测角精度通常比角分辨率好一个数量级左右。但如果信噪比很低，或者目标在波束边缘，测角精度就会显著下降。

回到 7.2 节的公式，我们知道波束宽度  $\theta \approx \lambda/D$ 。这意味着：

- 要提高角分辨率，就要减小波束宽度
- 减小波束宽度，要么增大天线尺寸  $D$ ，要么提高工作频率（减小波长  $\lambda$ ）

这就是为什么高精度雷达有巨大的天线，或者工作在很高的频率上。比如：

- 大型预警雷达：天线直径可达十几米，角分辨率可以做到 0.5° 以下
- 毫米波汽车雷达：工作频率 77 GHz，即使天线只有 10 厘米，角分辨率也能达到 2° 左右
- 气象雷达：天线直径 3-5 米，工作频率 3-10 GHz，角分辨率 1-2°

但天线不能无限大（重量、成本、安装空间限制），频率也不能无限高（大气衰减、器件成

本限制)，所以实际系统总是在这些约束之间权衡。

除了波束宽度这个“几何限制”，实际测角还会受到哪些因素的影响？

## 7.5 测角误差的主要来源

前面几节讲的都是“理想情况”：波束形状完美，天线指向准确，目标是个点，环境干干净净。但实际雷达工作时，测角结果总是会偏离真实值。理解这些误差从哪里来，对于评估雷达性能、设计系统、解释观测数据都很重要。

### 7.5.1 噪声引起的测角误差

第 6 章我们知道，接收机里总有噪声。噪声会让回波强度曲线变得“毛糙”，峰值位置也会抖动。

假设真实目标在  $30^\circ$  方向，理想情况下回波强度曲线应该在  $30^\circ$  处达到峰值。但加上噪声后，峰值可能出现在  $29.8^\circ$  或  $30.2^\circ$ ，每次测量都不太一样。信噪比越低，这个抖动越大。

一个粗略的估计公式是：

$$\sigma_\theta \approx \frac{\theta_{3\text{dB}}}{\text{SNR}}$$

其中  $\sigma_\theta$  是角度测量的标准差， $\theta_{3\text{dB}}$  是波束宽度，SNR 是信噪比（不是 dB 值，是功率比）。

标准差就像是“测量结果的抖动范围”。如果标准差是  $0.15^\circ$ ，多次测量的结果大多会落在真实值  $\pm 0.15^\circ$  范围内。具体来说，约 68% 的测量结果在这个范围内，95% 的测量结果在  $\pm 0.3^\circ$ （两倍标准差）范围内。标准差越小，测量越稳定。

举个例子：波束宽度  $3^\circ$ ，信噪比 20（约 13 dB），角度测量标准差大约是  $3^\circ/20 = 0.15^\circ$ 。如果信噪比降到 10（10 dB），标准差就变成  $3^\circ/10 = 0.3^\circ$ 。

所以提高测角精度需要减小波束宽度和提高信噪比，与距离测量和速度测量的原理相同。

### 7.5.2 多径效应引起的测角误差

这是实际系统最头疼的问题。电磁波不仅直接照目标，还可能先打地面反射到目标，回波也一样。两条路径，两个回波。

## 雷达多径效应示意图

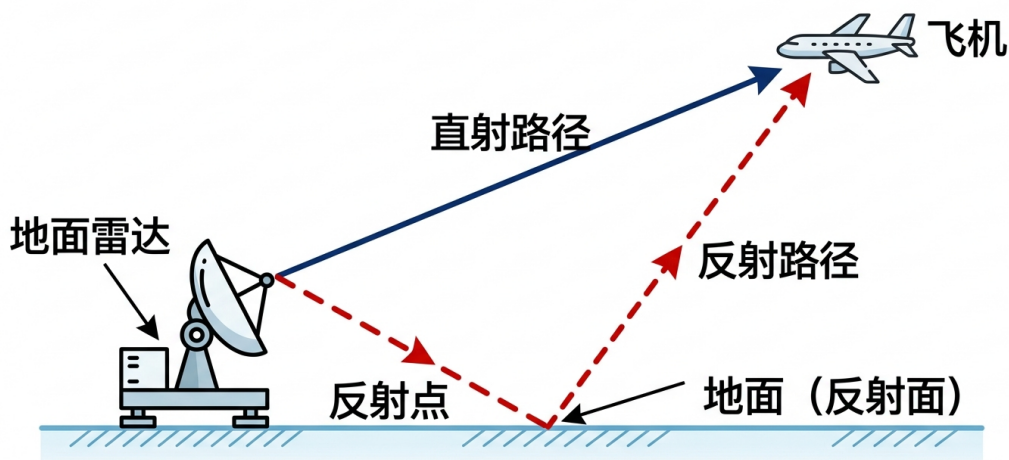


图 10: 多径效应示意图

两条路径长度不同，回波时间和相位都不同。叠加后等效回波就像来自一个假角度，测角结果就偏了。

多径效应在低仰角目标上特别严重。想象一架飞机在很低的高度飞行，雷达既能看到飞机的直射回波，也能看到地面反射的回波。两个回波的角度差很小，叠加后会让雷达“看到”一个偏离真实位置的目标。

举个例子：一架飞机在 300 米高度、距离 10 公里处飞行，真实仰角约  $\arctan(300/10000) \approx 1.7^\circ$ 。地面反射的回波相当于一个“镜像目标”在地下 300 米，对应仰角约  $-1.7^\circ$ 。两个回波叠加后，等效仰角可能变成  $0.5^\circ$  到  $2.5^\circ$  之间的某个值，具体取决于两个回波的相位关系。这个  $0.5^\circ$ - $1.2^\circ$  的偏差，对于需要精确测高的雷达（如着陆引导雷达）是不能接受的。

海面反射更麻烦，因为海面会随着波浪起伏，反射路径不断变化，导致测角误差也在不断变化。舰载雷达和岸基雷达都深受其害。

应对多径效应的方法包括：

- 提高天线架设高度，减小反射路径的影响（但增加了结构成本和风载）
- 使用窄波束，减小地面反射进入主瓣的概率（但降低了搜索效率）
- 信号处理算法识别和抑制多径回波（但算法复杂度高，可能误判）
- 选择合适的工作频率和极化方式（但受其他系统约束）

但这些方法都只能缓解，无法完全消除多径效应。

### 7.5.3 角闪烁引起的测角误差

前面我们一直假设目标是个“点”，但实际目标（比如飞机、导弹）是个复杂的三维物体，有很多散射中心（机头、机翼、尾翼、发动机……）。不同散射中心的回波叠加后，等效的“散射中心位置”会随着目标姿态变化而变化。

想象你用手电筒照一串钥匙，转动钥匙时，反光最亮的点会在不同钥匙之间跳动——有时是这把钥匙的边缘最亮，有时是那把钥匙的表面最亮。雷达看飞机也是这样：不同部位的回波强度随姿态变化，等效的“最亮点”位置就会跳动。

比如一架飞机在转弯，从雷达看过去，机头、机翼的相对位置在变化，等效散射中心可能从机头跳到机翼，再跳回机头。这会让测角结果在短时间内剧烈抖动，这种现象叫做**角闪烁**（Angular Glint）。

角闪烁的幅度可能达到几度，对于需要精确跟踪的雷达（比如导弹制导雷达）是个大问题。应对方法包括：

- 使用更高的工作频率（波长更短，散射中心分布更稳定）
- 多个测量结果平滑滤波
- 使用多频率或宽带信号，减小相干叠加效应

#### 7.5.4 天线指向误差

机械扫描雷达的天线是靠电机驱动转动的。电机有齿轮间隙、轴承磨损、安装误差，天线本身也会因为风载、温度变化而变形。这些都会导致天线实际指向和理论指向不一致。

相控阵雷达没有机械转动，每个天线单元的相位控制也不是完美的。相位误差、幅度误差、单元位置误差都会让波束指向偏离设计值。

这类误差通常通过定期校准来减小。比如用已知位置的信标源（地面信标、卫星）来校准天线指向，或者用自校准算法估计和补偿误差。

#### 7.5.5 主要误差来源比较

实际测角精度受到多种因素的综合影响：

误差来源	典型影响	主要应对方法
噪声	0.1°-1°	提高信噪比、多次测量平均
多径效应	0.5°-5°	提高天线高度、窄波束、信号处理
角闪烁	1°-5°	高频率、平滑滤波、宽带信号
天线指向误差	0.1°-0.5°	定期校准、自校准算法

当多种误差源同时存在时，如果是独立随机误差（如噪声、角闪烁），总误差按平方和开方计算： $\sigma_{\text{总}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$ ；如果是系统性误差（如天线指向偏差、多径效应的平均偏移），总误差直接叠加。

哪种误差占主导取决于具体场景。舰载雷达跟踪低空目标时，多径效应通常是主要误差源，可达 3-5°，远超噪声误差的 0.2°。高信噪比、高仰角目标时，天线指向误差和角闪烁成为主要限制。低信噪比场景下，噪声误差占主导。

设计良好的雷达系统需要在这些误差源之间权衡成本、性能和可靠性。

但无论如何优化，扫描测角都有一个根本性的限制：需要时间。波束要转一圈，比较不同方向的回波强度，才能找到目标。对于快速机动的目标，或者需要同时跟踪多个目标的场景，这个“慢”就成了致命弱点。有没有办法“一次就测准”？

## 7.6 单脉冲测角

前面讲的扫描测角，核心思想是“试探”：让波束转一圈，比较不同方向的回波强度，找到最强的那个方向。这个方法简单直观，代价是速度慢。机械扫描需要几秒钟转一圈，电子扫描虽然快得多，但也需要依次指向多个方向。

快速目标或多目标跟踪时，扫描测角太慢了。有没有办法一次就测准？有。这就是**单脉冲测角** (Monopulse)。

### 7.6.1 单脉冲测角原理

扫描测角为什么需要多次测量？因为它只用一个波束，每次只能看一个方向，必须转一圈才能比较不同方向的回波强度。

单脉冲测角的核心思想是：不用一个波束，而是同时用多个波束接收回波，通过比较它们的回波强度差异，一次就能判断目标偏离中心的方向和程度。

就好比用两只耳朵听声音。声音从左来，左耳响；从右来，右耳响。比较响度差异就知道方向，不用转头。单脉冲就是这个原理：多个波束同时听，从强度差异提角度。

具体怎么做？最常见的方法是用**和波束和差波束**。

### 7.6.2 和差波束

假设天线可以同时形成两个波束：一个指向稍微偏左，一个指向稍微偏右。如果目标在正中间，两个波束收到的回波强度相同；如果目标偏左，左边的波束收到的回波更强；如果目标偏右，右边的波束收到的回波更强。

通过比较两个波束的回波强度差异，就能判断目标偏离中心的方向和程度。

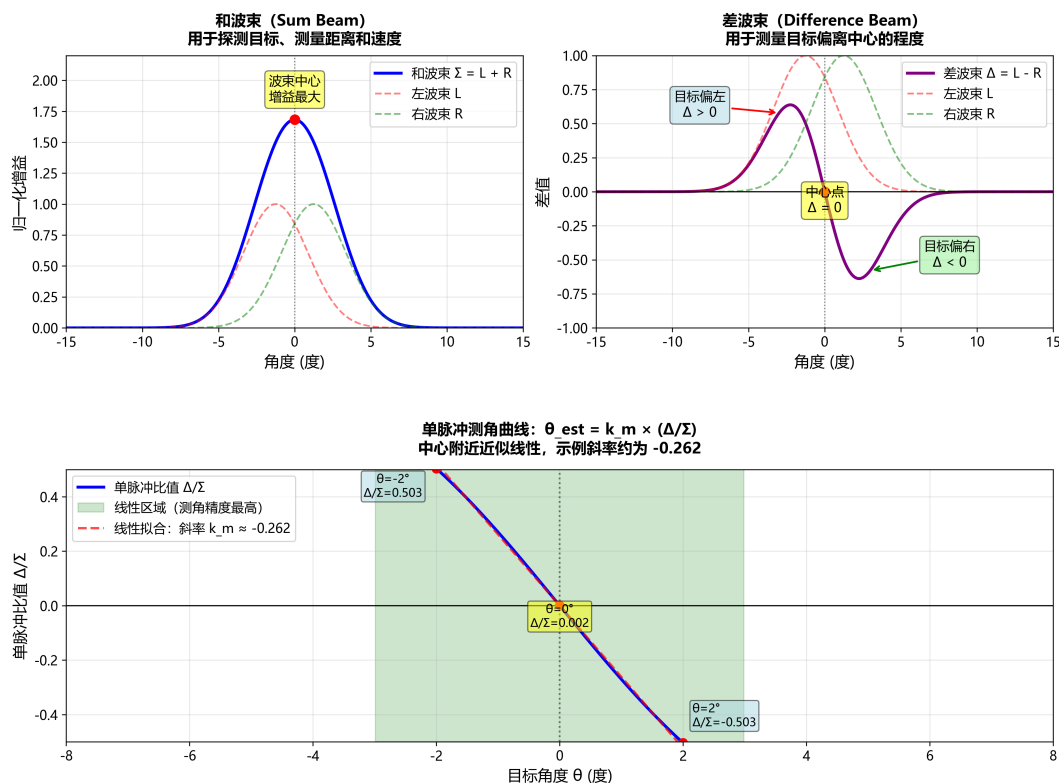


图 11: 单脉冲测角的和差波束

实际实现时，通常不是直接形成”左波束”和”右波束”，而是形成两个特殊的波束：

1. 和波束 (Sum Beam)：两个子波束的信号相加，形成一个指向中心的常规波束。它的作用是探测目标、测量距离和速度，和普通雷达的波束一样。
2. 差波束 (Difference Beam)：两个子波束的信号相减，形成一个在中心处为零、两侧为正负的特殊波束。它的作用是测量目标偏离中心的程度。

为什么要相加和相减？因为我们需要两个信息：一是”目标有多强”（用和波束），二是”目标偏离中心多少”（用差波束）。相加能保留总强度，相减能突出偏差——就像天平的两个托盘，相加得到总重量，相减得到重量差。

差波束的输出直接反映了目标偏离中心的程度和方向：

- 如果目标在波束中心，两个子波束收到的信号相同，相减后为零
- 如果目标偏左，左边的子波束信号更强，相减后为正
- 如果目标偏右，右边的子波束信号更强，相减后为负

用数值例子说明：假设目标在波束中心，左右两个子波束都收到 1V 信号。

- 和波束输出：1+1=2V
- 差波束输出：1-1=0V（目标在中心）

如果目标偏左，左边收到 1.2V，右边收到 0.8V。

- 和波束：1.2+0.8=2V（总强度不变）
- 差波束：1.2-0.8=0.4V（正值表示偏左）

通过计算比值  $0.4/2=0.2$ ，就能算出偏离角度。为什么用比值而不是直接用差值？因为目标回波强度随距离、RCS 变化。如果直接用差值  $0.4V$ ，无法区分”目标偏离中心”和”目标回波弱”。用归一化比值  $0.2$ ，就消除了回波强度的影响，只保留角度信息。

### 7.6.2.1 比值与角度估计

比值  $\Delta/\Sigma$  本身只是个相对值，范围在 0 到 1 之间。要把它转成实际角度，需要乘以一个比例系数。这个系数叫单脉冲斜率，记为  $k_m$ ，反映的是波束形状对偏离敏感性有多强。

$$\theta_{\text{est}} = k_m \frac{\Delta}{\Sigma}$$

$k_m$  有多大呢？这取决于波束宽度。波束越窄，同样的偏离在角度上的变化就越明显，所以  $k_m$  越大。粗略地说， $k_m$  约等于  $\theta_{3\text{dB}}/2$ 。

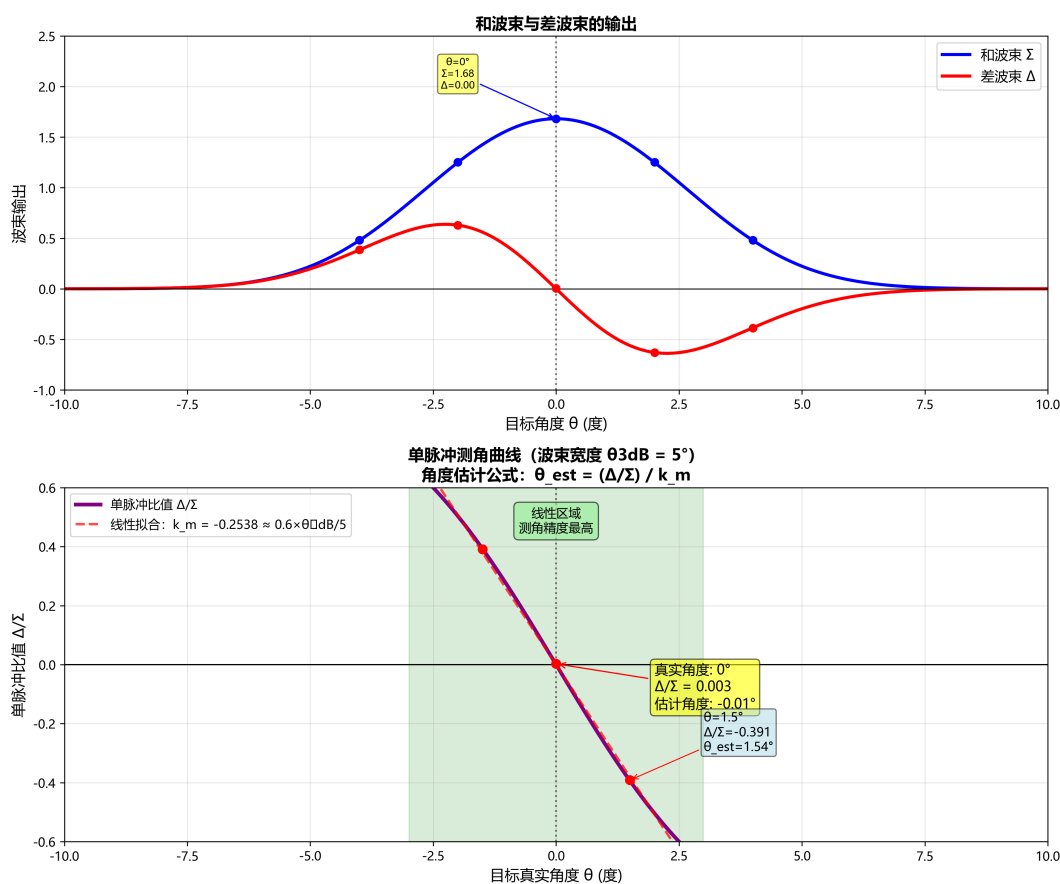


图 12: 单脉冲测角曲线

### 7.6.2.2 单脉冲测角精度

但这里有个现实问题：雷达回波里总是混着噪声。噪声会让  $\Delta$  和  $\Sigma$  都颤动，导致比值算出来的角度也跟着抖。信号越弱，噪声的相对影响就越大，角度估计的不确定性就越高。反过来说，SNR 越高，我们对目标角度的把握就越有信心。

那么到底能测得多准？这个问题可以用 Cramér-Rao 下界来估计。这个下界告诉我们一个理论极限：无论采用什么最优的处理方法，角度估计误差的标准差都不会低于

$$\sigma_{\theta} \geq \frac{\theta_{3\text{dB}}}{2\sqrt{2\text{SNR}}}$$

这个公式里有几个关键信息。首先，精度正比于波束宽度——波束越窄，测角误差越小，这符合直觉。其次，SNR 越高精度越好，但改善不是线性的。SNR 翻倍，误差只能减小到原来的  $1/\sqrt{2}$ ，所以后期改善效果有限。

最有意思的是分母里那个 2。它来自于单脉冲用了两个通道（和波束加差波束），而扫描测角只用一个波束。在相同的 SNR 下，单脉冲能从同一个回波里挤出更多角度信息，所以精度比扫描高一倍。这是单脉冲的根本优势。

这个方法的优势非常明显：

1. 速度快：只需一次发射接收，就能测出角度。扫描做不到。这对快速目标很关键。
2. 精度高：同时测两个波束，不受回波强度起伏影响（归一化消除了）。精度比扫描高一个数量级。
3. 抗干扰强：差波束在中心是零。旁瓣进来的干扰，比值关系和真目标不同，容易识别和剔除。

但代价也很明显：

1. 系统复杂：需要多个波束，多通道接收，精密相位控制。成本和难度都高得多。可能是扫描系统的 5-10 倍。
2. 覆盖范围小：单脉冲只能在波束范围内工作。搜索大范围还得先用扫描找到目标，再切换到单脉冲精确跟踪。

单脉冲也有失效条件。波束内多个目标，差波束就混在一起，没法测角。得先用距离或速度把它们分开。信噪比很低时，差波束的噪声淹没角度信息，精度崩溃。单脉冲优势就没了。

所以实际雷达系统常常是两种方式结合：用扫描模式搜索目标，发现目标后切换到单脉冲模式跟踪。搜索雷达主要用扫描，跟踪雷达和制导雷达主要用单脉冲。

单脉冲测角的具体实现有很多种：振幅和差单脉冲、相位和差单脉冲、圆锥扫描单脉冲……每种都有自己的优缺点和适用场景。这些细节已经超出了入门教材的范围。如果你对这个话题感兴趣，可以在学习了天线理论、信号处理、雷达系统设计之后，再深入研究。

现在你已经了解了雷达测角的基本原理：从”为什么需要测角”，到”波束有宽度”，到”扫描测角”，到”角分辨率和误差”，再到”单脉冲测角”。这些知识足以让你理解雷达如何在三维空间中定位目标。

通过几个练习来检验一下，看看能否把这些概念用起来。

## 7.7 小练习

这些练习围绕本章的主线展开：先用波束宽度和角分辨率做基本判断，再理解多路径、扫描测角和单脉冲测角的差别，最后过渡到可动手验证的 MATLAB 实验。

### 7.7.1 练习 1：波束宽度与目标角度范围

**问题：**某搜索雷达的 3 dB 波束宽度为  $5^\circ$ 。在一次扫描中，雷达在方位角  $30^\circ$  方向探测到强回波。目标的方位角大致在什么范围内？

**解析：**波束宽度为  $5^\circ$ ，意味着当波束指向  $30^\circ$  时，大致在  $27.5^\circ$  到  $32.5^\circ$  范围内的目标都会产生较强回波。因此目标方位角大致落在这个范围内。这里得到的是一个范围判断，不是精确角度；如果要更精确，还需要更窄的波束或更高精度的测角方法。

### 7.7.2 练习 2：角分辨率判断

**问题：**某雷达的波束宽度为  $8^\circ$ 。现在有两个目标，一个在方位角  $20^\circ$ ，另一个在方位角  $23^\circ$ 。这个雷达能否分辨这两个目标？

**解析：**两个目标的角度差为

$$23^\circ - 20^\circ = 3^\circ$$

而雷达的角分辨率大约等于波束宽度，即  $8^\circ$ 。由于  $3^\circ$  小于  $8^\circ$ ，这两个目标会同时落在同一个波束覆盖范围里，因此很难被分成两个独立目标。也就是说，这部雷达无法分辨它们。

### 7.7.3 练习 3：估算波束宽度

**问题：**某雷达工作频率为 10 GHz，天线直径为 2 米。估算这个雷达的 3 dB 波束宽度。

**解析：**先计算波长：

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^9} = 0.03 \text{ m}$$

再用近似关系

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}$$

得到

$$\theta = \frac{0.03}{2} = 0.015 \text{ rad}$$

转成角度约为

$$0.015 \times \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.86^\circ$$

因此这部雷达的波束宽度约为  $0.86^\circ$ 。

#### 7.7.4 练习 4：多路径效应识别

**问题：**某舰载雷达探测到一架低空飞行的飞机。雷达测得的俯仰角为  $8^\circ$ ，但根据飞机的高度和距离计算，真实俯仰角应该是  $10^\circ$ 。这个  $2^\circ$  的偏差最可能是什么原因造成的？

A. 噪声引起的随机误差 B. 多径效应（海面反射） C. 目标角闪烁 D. 天线指向误差

**解析：**最可能的原因是 B，即多径效应。对于低仰角目标，雷达既会收到飞机的直射回波，也可能收到海面反射回波。两个回波叠加后，会使测角结果系统性偏低。噪声和角闪烁通常表现为随机抖动，不太会稳定地偏低  $2^\circ$ ；天线指向误差则一般较小，也不会特别针对低空目标。

#### 7.7.5 练习 5：扫描测角与单脉冲测角

**问题：**判断下面每个陈述是否正确：

1. 扫描测角需要多次测量，单脉冲测角只需一次。
2. 单脉冲测角的角分辨率一定比扫描测角高。
3. 单脉冲测角的测角精度通常比扫描测角高。
4. 搜索雷达用扫描测角，跟踪雷达用单脉冲测角。

**解析：**第 1 条正确，因为扫描测角要比较不同波束指向下的回波，而单脉冲测角在一次照射中就能利用多个通道的信息。第 2 条错误，因为角分辨率主要由波束宽度决定，不是由测角方式本身决定。第 3 条正确，因为单脉冲测角通常能更精细地估计目标偏离中心的程度。第 4 条也正确，这正是搜索雷达和跟踪雷达常见的分工方式。

#### 7.7.6 练习 6（选做）：汽车防撞雷达的测角方案

**问题：**如果你要设计一个汽车防撞雷达，需要探测前方 100 米范围内的车辆和行人，要求：

- 能分辨相邻车道的目标（车道宽 3.5 米）
- 成本尽量低

你会选择多大的天线？多高的工作频率？用扫描测角还是单脉冲测角？

**解析：**在 100 米距离上，相邻车道的角度差大约为  $2^\circ$ ，因此角分辨率最好小于  $2^\circ$ 。若取  $1.5^\circ$  作为更稳妥的目标，根据

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}$$

可知频率越高，所需天线尺寸越小。若用 24 GHz，所需天线尺寸接近 0.5 米，不适合车载；若用 77 GHz，所需天线尺寸约 15 cm，更现实。因此车载系统通常会选 77 GHz 毫米波雷达。

至于测角方式，汽车雷达既要实时又要兼顾成本，实际更常见的是电子扫描或数字波束形成，而不是传统机械扫描。

### 7.7.7 练习 7 (可选)：波束扫描测角实验

**问题：**如果你想动手看一遍扫描测角的过程，可到公众号下载配套附件后运行 `ch07_beam_scanning_demo.m`。请重点观察：

1. 回波功率曲线是否在目标角度附近出现峰值
2. 峰值位置是否对应目标角度
3. 当两个目标靠近时，两个峰是否会合并

**解析：**这个实验的目的，是把“波束扫过去以后在哪个方向最强”这件事变成图形直觉。你可以先用默认参数观察两个目标能否分开，再把目标角度改成更接近的组合，例如 `[15, 18]`，看看什么时候两个峰开始合并。这样就能直观看到角分辨率的限制。

### 7.7.8 练习 8 (可选)：单脉冲测角实验

**问题：**如果你想直观看到和波束、差波束以及单脉冲比之间的关系，可到公众号下载配套附件后运行 `ch07_monopulse_demo.m`。请重点观察：

1. 和波束与差波束的形状
2. 单脉冲比在零点附近是否近似线性
3. 目标角度变化时，单脉冲比如何变化

**解析：**这个实验的重点，是把“单脉冲比能反映目标偏离中心的方向和程度”这件事可视化。和波束主要反映总回波强度，差波束则反映左右不平衡；把它们做比值以后，目标偏左还是偏右、偏离多少，就能从曲线上看出来。你可以通过改动目标角度和信噪比，继续观察单脉冲测角精度会怎样变化。